Estudiando la Política Monetaria:
i) Modelos VAR y
ii) Modelos DSGE

Referencias:

- Bernanke, Ben S. y Alan S. Blinder, (1992), "The Federal Funds Rate and the Channels of Monetary Transmission", *American Economic Review*, vol. 82, nº4, 901-921.
- Blanchard, Olivier J. y Danny Quah, (1989), "The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances", *American Economic Review*, vol. 79, nº 4, 655-673.
- Chari, V.V., Patrick J. Kehoe y Ellen R. McGrattan, (2007), "Are Structural VARs with Long-Run Restrictions Useful in Developing Business Cycle Theory?", Federal Reserve Bank of Minneapolis, Research Department Staff Report 364. http://www.minneapolisfed.org/research/sr/sr364.pdf
  Ver también: *Journal of Monetary Economics* 55, 1337–52, November 2008.
- Favero, Carlo A., (2001), Applied Macroeconometrics, Ed. Oxford University Press.
- Galí, Jordi, (2009), Monetary Policy, Inflation and the Business Cycle. An introduction to the New Keynesian Framework, Princeton University Press.
- Hamilton, James, (1994), Time Series Analysis, Ed. Priceton University Press.
- Leeper, E.M., C. Sims y T. Zha, (1996), "What does Monetary Policy do?", *Brookings Papers on Economic – Activity*, 2, 1-63
- Novales, Alfonso, Esther Fernández y Jesús Ruiz, (2009), Economic Growth: Theory and Numerical Solution Methods, Ed. Springer-Verlag.
- Walsh, Carl E. (2010), Monetary Theory and Policy, 3nd. ed., The MIT Press.

- Evidencia empírica sobre el dinero, la inflación y el output. Introducir los "hechos" básicos sobre las relaciones a largo plazo y a corto plazo. La revisión de la evidencia empírica proporciona una oportunidad de discutir los enfoques que los economistas monetarios han usado para estimar los efectos del dinero y la política monetaria sobre la actividad económica. La discusión se centrará en la evidencia de los vectores autorregresivos.

- Relaciones a largo plazo:

  i) la correlación entre la inflación y tasa de crecimiento de la oferta de dinero es casi 1, variando entre 0.92 y 0.96, dependiendo de la definición de la oferta de dinero utilizada. (esta correlación tan alta es tomada como soporte de la teoría cuantitativa del dinero: *un cambio en la tasa de crecimiento del dinero induce un cambio igual en la tasa de crecimiento de los precios*; sin embargo esta afirmación nada dice sobre causalidad);
  ii) No hay correlación entre inflación o crecimiento de la oferta del dinero y el output real

- Relaciones a corto plazo: las relaciones ente el dinero, la inflación y el output reflejan a la vez el modo en que los agentes privados responde a perturbaciones económicas y al modo en que la autoridad monetaria responde a estas misma perturbaciones. Ver gráfico sobre correlaciones entre el PIB y diferentes medidas de dinero:

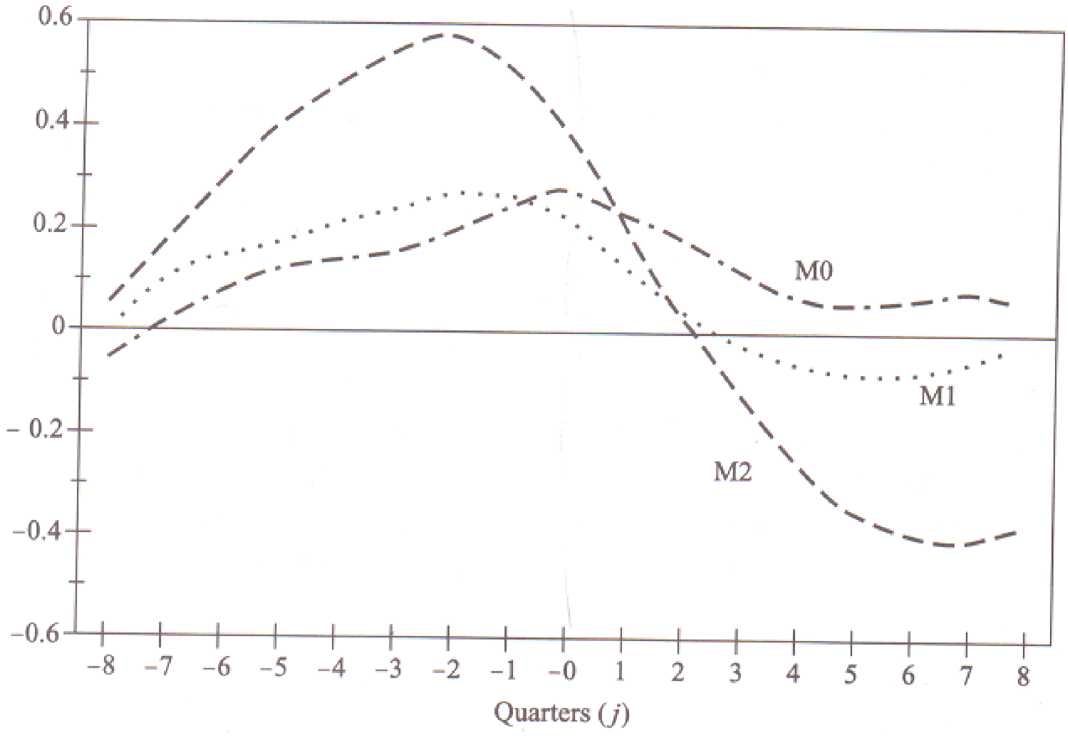

Figure 1.1
Dynamic Correlations GDP_t and M_{t+j}

Gráfico de: Walsh, Carl E. (2010), <u>Monetary Theory and Policy</u>, 3nd. ed., The MIT Press, Capítulo 1.

- Causalidad de Granger

(de Walsh, Carl E. (2010), Monetary Theory and Policy, 3nd. ed., The MIT Press, Capítulo 1.)

1.3.2 Granger Causality

The St. Louis equation related nominal output to the past behavior of money. Similar regressions employing *real* output have also been used to investigate the connection between real economic activity and money. In an important contribution, Sims (1972) introduced the notion of *Granger causality* into the debate over the real effects of money. A variable X is said to Granger cause Y if and only if lagged values of X have marginal predictive content in a forecasting equation for Y. In practice, testing whether money Granger causes output involves testing whether the a_i coefficients equal zero in a regression of the form

$$y_t = y_0 + \sum_{i=1} a_i m_{t-i} + \sum_{i=1} b_i y_{t-i} + \sum_{i=1} c_i z_{t-i} + e_t \tag{1.2}$$

- Usos de política (crítica de Sims y Lucas)

Before reviewing other evidence on the effects of money on output, it is useful to ask whether equations such as (1.2) can be used for policy purposes. That is, can a regression of this form be used to design a policy rule for setting the central bank's policy instrument? If it can, then the discussions of theoretical models that form the bulk of this book would be unnecessary, at least from the perspective of conducting monetary policy.

Suppose the estimated relationship between output and money takes the form

$$y_t = y_0 + a_0 m_t + a_1 m_{t-1} + c_1 z_t + c_2 z_{t-1} + u_t \tag{1.3}$$

Consider the problem of adjusting the money supply in order to reduce fluctuations in real output. If this objective is interpreted to mean that the money supply should be manipulated to minimize the variance of y around y_0, then m_t should be set equal to

$$\begin{aligned} m_t &= -\frac{a_1}{a_0} m_{t-1} - \frac{c_2}{a_0} z_{t-1} + v_t \\ &= \pi_1 m_{t-1} + \pi_2 z_{t-1} + v_t \end{aligned} \tag{1.4}$$

where for simplicity we have assumed that the monetary authority's forecast of z_t is equal to zero. The term v_t represents the control error experienced by the monetary authority in setting the money supply. This represents a type of feedback rule for the money supply whose parameters are themselves determined by the estimated coefficients in the equation for y. It implies that output is affected by the systematic response of money to lagged money and lagged realizations of z. A key assumption is that the coefficients in equation (1.3) are independent of the choice of the policy rule for m. Substituting (1.4) into (1.3), output under the policy rule given in (1.4) would be equal to $y_t = y_0 + c_1 z_t + u_t + a_0 v_t$.

Notice that a policy rule has been derived using only knowledge of the policy objective (minimizing the expected variance of output) and knowledge of the estimated coefficients in (1.3). No theory of how monetary policy actually affects the economy was required. Sargent (1976) showed, however, that the use of (1.3) to derive a policy feedback rule may be inappropriate. To see why, suppose that, in fact, real output depends only on unpredicted movements in the money supply; only surprises matter, with predicted changes in money simply being reflected in price-level movements with no impact on output.[10] From (1.4), the unpredicted movement in m_t is just v_t, so let the true model for output determination be

$$y_t = y_0 + d_0 v_t + d_1 z_t + d_2 z_{t-1} + u_t \tag{1.5}$$

Now from (1.4), $v_t = m_t - (\pi_1 m_{t-1} + \pi_2 z_{t-1})$, so output can be equivalently expressed as

$$\begin{aligned} y_t &= y_0 + d_0[m_t - (\pi_1 m_{t-1} + \pi_2 z_{t-1})] + d_1 z_t + d_2 z_{t-1} + u_t \\ &= y_0 + d_0 m_t - d_0 \pi_1 m_{t-1} + d_1 z_t + (d_2 - d_0 \pi_2) z_{t-1} + u_t \end{aligned} \tag{1.6}$$

which has exactly the same form as (1.3). Equation (1.3), which was initially interpreted as consistent with a situation in which systematic feedback rules for monetary policy could affect output, is *observationally equivalent* to equation (1.6), which was derived under the assumption that systematic policy had no effect and only money surprises mattered. The two are observationally equivalent since the error term in both (1.3) and (1.6) is just u; both equations fit the data equally well.

A comparison of (1.3) and (1.6) reveals another important conclusion. The coefficients of (1.6) are functions of the parameters in the policy rule (1.4). Thus, changes in the conduct of policy, interpreted to mean changes in the feedback-rule parameters, will change the parameters estimated in an equation such as (1.6) (or in a St. Louis–type regression). This is an example of the Lucas critique (Lucas 1976): empirical relationships are unlikely to be invariant to changes in policy regimes.

Of course, as Sargent stressed, it may be that (1.3) is the true structure that remains invariant as policy changes. In this case, (1.5) will not be invariant to changes in policy. To demonstrate this point, note that (1.4) implies

$$m_t = (1 - \pi_1 \mathrm{L})^{-1}(\pi_2 z_{t-1} + v_t)$$

where L is the lag operator.[11] Hence, we can write (1.3) as

$$\begin{aligned} y_t &= y_0 + a_0 m_t + a_1 m_{t-1} + c_1 z_t + c_2 z_{t-1} + u_t \\ &= y_0 + a_0 (1 - \pi_1 \mathrm{L})^{-1}(\pi_2 z_{t-1} + v_t) \\ &\quad + a_1 (1 - \pi_1 \mathrm{L})^{-1}(\pi_2 z_{t-2} + v_{t-1}) + c_1 z_t + c_2 z_{t-1} + u_t \\ &= (1 - \pi_1) y_0 + \pi_1 y_{t-1} + a_0 v_t + a_1 v_{t-1} + c_1 z_t \\ &\quad + (c_2 + a_0 \pi_2 - c_1 \pi_1) z_{t-1} + (a_1 \pi_2 - c_2 \pi_1) z_{t-2} + u_t - \pi_1 u_{t-1} \end{aligned} \tag{1.7}$$

where we have now expressed output as a function of lagged output, the z variable, and money surprises (the v realizations). If this were interpreted as a policy-invariant expression, one would conclude that output was independent of any predictable or systematic feedback rule for monetary policy; only unpredicted money appears to matter. Yet, under the hypothesis that (1.3) is the true invariant structure, changes in the policy rule (the π_1 coefficients) will cause the coefficients in (1.7) to change.

Note that when we started with (1.5) and (1.4), we derived an expression for output that was observationally equivalent to (1.3). When we started with (1.3) and (1.4), however, we ended up with an expression for output that was not equivalent to (1.5); (1.7) contains lagged values of output and v and two lags of z, while (1.5) contains only the contemporaneous value of v and one lag of z. These differences would allow one to distinguish between the two, but they arise only because this example placed a priori restrictions on the lag lengths in (1.3) and (1.5). In general, we would not have the type of a priori information that would allow us to do so.

The lesson from this simple example is that we cannot design policy without a theory of how money affects the economy. Theory should identify whether the coefficients in a specification of the form (1.3) or in a specification such as (1.5) will remain invariant as policy changes. While output equations estimated over a single policy regime may not allow us to identify the true structure, information from several policy regimes might succeed in doing so. If a policy-regime change means that the coefficients in the policy rule (1.4) have changed, this fact would serve to identify whether an expression of the form (1.3) or one of the form (1.5) were policy invariant.

The Federal Funds Rate and the Channels of Monetary Transmission

By B.S. Bernanke and A.S. Blinder,
American Economic Review, vol. 82, nº 4, 901-921
Notas escritas por Jesús Ruiz (Dpto. de Economía Cuantitativa-UCM-)

- **¿La política monetaria tiene efectos sobre la economía real?**
- **Si así fuera, ¿cuál es el mecanismo de transmisión por el cual estos efectos ocurren?**

En este trabajo se demuestra, desde un punto de vista empírico, que el tipo de interés de los Fondos Federales es muy informativo sobre los movimientos futuros de las variables macroeconómicas reales. Esto implica que el tipo de interés de los Fondos Federales es un buen indicador de las acciones de política monetaria.

Utilizando las innovaciones de los tipos de interés de los Fondos Federales como una medida de los cambios de política, los autores concluyen que estas innovaciones presentan evidencia consistente con la visión de que la política monetaria funciona, al menos en parte, a través del crédito (préstamos bancarios) así como a través del dinero (depósitos bancarios).

Mecanismo de transmisión a través del crédito: cuando la Reserva Federal reduce el volumen de reservas, y por tanto, de préstamos, el gasto de los clientes que depende del crédito bancario debe caer y, por tanto, la demanda agregada. Esto proporciona un canal adicional de transmisión de la política de la Reserva Ferderal sobre la economía real.
En definitiva, la política monetaria no sólo influye en los tipos de interés sino también en las disponibilidades de crédito de la economía.

Hasta la publicación de este trabajo, la visión del crédito como canal de transmisión de política monetaria ha tenido poco éxito desde el punto de vista empírico. Una razón parece estar en que los depósitos bancarios predicen mejor los cambios en el PIB en VAR’s no restringidos. Sin embargo, es demasiado arriesgado hacer inferencias estructurales de VAR’s no restringidos pues son formas reducidas. Si queremos medir los efectos estructurales verdaderos de un cambio de política hay realmente sólo dos alternativas:

a) Podemos especificar y estimar un modelo económico estructural (problema: supuestos acerca de la identificación).

b) Tratar de aislar una medida directa de la política económica de la Reserva Federal.

Supongamos que pudiéramos encontrar una variable cuyas innovaciones pudieran ser interpretadas como shocks de política. Supongamos además que, debido quizás a los retardos de la información, estos shocks de política medibles pudieran suponerse independientes de las perturbaciones económicas contemporáneas. Bajo estos supuestos, las respuestas en la forma reducida de la economía a shocks de política observados correctamente medirían los efectos estructurales dinámicos de un cambio en política monetaria. Esta segunda estrategia en la adoptada en este trabajo.

La economía puede estar representada por este modelo estructural:

$$Y_t = B_0 Y_t + B_1 Y_{t-1} + C_0 P_t + C_1 P_{t-1} + u_t \Leftrightarrow$$

$$Y_t = \underbrace{\left(I - B_0\right)^{-1} B_1}_{\tilde{B}_1} Y_{t-1} + \underbrace{\left(I - B_0\right)^{-1} C_0}_{\tilde{C}_0} P_t + \underbrace{\left(I - B_0\right)^{-1} C_1}_{\tilde{C}_1} P_{t-1} + \underbrace{\left(I - B_0\right)^{-1} u_t}_{\tilde{u}_t} \qquad (1)$$

$$P_t = D_0 Y_t + D_1 Y_{t-1} + G\, P_{t-1} + v_t \qquad (2)$$

donde Y_t es un vector de variables macroeconómicas que no son de política (por ejemplo, PIB, Precios, Tasa de Paro,…), y P_t es un vector de variables de política monetaria.

Suponemos que las perturbaciones $\tilde{u}_t$ y v_t son ortogonales.

El sistema (1)-(2) no está identificado.

Podemos hacer 2 tipos de supuestos para su identificación:

A) Si excluimos Y_t de (2) esto implicará que no existe "feed-back" de la economía real a las acciones de política contemporáneamente. Si D_0=0, entonces podemos convertir este sistema en un VAR sustituyendo (2) en (1), de modo que tendríamos ahora estas dos ecuaciones:

$$Y_t = (\tilde{B}_1 + \tilde{C}_0 D_1) Y_{t-1} + (\tilde{C}_0 G + \tilde{C}_1) P_{t-1} + \left(\tilde{u}_t + \tilde{C}_0 v_t\right) \quad (3)$$

$$P_t = D_1 Y_{t-1} + G P_{t-1} + v_t \quad (4)$$

O, dicho de otra forma:
Sea (1)-(2) en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} I - \tilde{B}_1 L & -(\tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 L) \\ -D_0 - D_1 L & I - GL \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_t \\ P_t \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{u}_t \\ v_t \end{bmatrix}}_{\eta_t},$$

$$MVC(\eta_t) = \begin{bmatrix} (I - B_0)^{-1} \Sigma_u [(I - B_0)^{-1}]' & 0 \\ 0 & \Sigma_v \end{bmatrix}$$

donde L es el operador retardo, y la matriz de retardo 0 es:

$$F = \begin{bmatrix} I & -\tilde{C}_0 \\ -D_0 & I \end{bmatrix}.$$

Si D_0=0 $\Rightarrow F = \begin{bmatrix} I & -\tilde{C}_0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$, donde $F^{-1} = \begin{bmatrix} I & \tilde{C}_0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$.

Premultiplicando F^{-1} por el sistema (1)-(2):

$$\begin{bmatrix} I & \tilde{C}_0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I-\tilde{B}_1 L & -(\tilde{C}_0+\tilde{C}_1 L) \\ -D_0-D_1 L & I-GL \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_t \\ P_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & \tilde{C}_0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{u}_t \\ v_t \end{bmatrix}}_{\eta_t} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} I-(\tilde{B}_1+\tilde{C}_0 D_1)L & (\tilde{C}_0 G-\tilde{C}_1)L \\ -D_1 L & I-GL \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_t \\ P_t \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{u}_t+\tilde{C}_0 v_t \\ v_t \end{bmatrix}}_{\varepsilon_t}$$

$$MVC(\varepsilon_t) = \begin{bmatrix} (I-B_0)^{-1}\Sigma_u[(I-B_0)^{-1}]' + \tilde{C}_0\Sigma_v\tilde{C}_0{}' & \tilde{C}_0\Sigma_v \\ \Sigma_v\tilde{C}_0{}' & \Sigma_v \end{bmatrix}$$

obtenemos, matricialmente, el sistema (3)-(4). Este sistema es un VAR que es susceptible de ser estimado. Sea su estimación la siguiente:

$$\begin{bmatrix} I-\hat{\Pi}_{11}L & \hat{\Pi}_{12}L \\ \hat{\Pi}_{21}L & I-\hat{\Pi}_{22}L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_t \\ P_t \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\varepsilon}_{1t} \\ \hat{\varepsilon}_{2t} \end{bmatrix}}_{\hat{\varepsilon}_t}$$

$$M\hat{V}C(\hat{\varepsilon}_t) = \begin{bmatrix} \hat{\Sigma}_{11} & \hat{\Sigma}_{12} \\ \hat{\Sigma}_{21} & \hat{\Sigma}_{22} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} Identificación:\ & \hat{\Sigma}_v = \hat{\Sigma}_{22};\ \hat{\tilde{C}}_0 = \hat{\Sigma}_{21}(\hat{\Sigma}_{22})^{-1};\ \hat{\Sigma}_u = \hat{\Sigma}_{11} - \hat{\Sigma}_{12}(\hat{\Sigma}_{22})^{-1}\hat{\Sigma}_{12}{}' \\ & \hat{G} = \hat{\Pi}_{22};\ \hat{D}_1 = \hat{\Pi}_{21};\ \hat{\tilde{C}}_1 = \hat{\Pi}_{12} + \hat{\Sigma}_{12}(\hat{\Sigma}_{22})^{-1}\hat{\Pi}_{22}; \\ & \hat{\tilde{B}}_1 = \hat{\Pi}_{11} + \hat{\Sigma}_{12}(\hat{\Sigma}_{22})^{-1}\hat{\Pi}_{21}; \end{aligned}$$

B) Un supuesto alternativo es suponer que P_t no entra en la ecuación (1): C_0=0, entonces las acciones de política afectan a las variables reales sólo con un retardo. Podemos convertir este sistema en un VAR sustituyendo (1) en (2), de modo que tendríamos ahora estas dos ecuaciones:

$$Y_t = \tilde{B}_1 Y_{t-1} + \tilde{C}_1 P_{t-1} + \tilde{u}_t \qquad (3)$$

$$P_t = (D_1 + D_0 \tilde{B}_1) Y_{t-1} + (G + D_0 \tilde{C}_1) P_{t-1} + (v_t + D_0 \tilde{u}_t) \qquad (4)$$

Ahora P_t se ve afectado por shocks macroeconómicos contemporáneos $\tilde{u}_t$.

O, dicho de otra forma:

Ahora $F = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -D_0 & I \end{bmatrix} \rightarrow F^{-1} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ D_0 & I \end{bmatrix}$.

Premultiplicando F^{-1} por el sistema (1)-(2):

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ D_0 & I \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I-\tilde{B}_1 L & -\tilde{C}_1 L \\ -D_0 - D_1 L & I-GL \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_t \\ P_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ D_0 & I \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{u}_t \\ v_t \end{bmatrix}}_{\eta_t} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} I-\tilde{B}_1 L & -\tilde{C}_1 L \\ -(D_1 + D_0\tilde{B}_1)L & I-(G+D_0\tilde{C}_1)L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_t \\ P_t \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{u}_t \\ v_t + D_0\tilde{u}_t \end{bmatrix}}_{\varepsilon_t}$$

$$MVC(\varepsilon_t) = \begin{bmatrix} \Sigma_{\tilde{u}} & \Sigma_{\tilde{u}} D_0{}' \\ D_0\Sigma_{\tilde{u}} & \Sigma_v + D_0\Sigma_{\tilde{u}} D_0{}' \end{bmatrix}$$

obtenemos, matricialmente, el sistema (3)-(4). Este sistema es un VAR que es susceptible de ser estimado. Sea su estimación la siguiente:

$$\begin{bmatrix} I-\hat{\Pi}_{11} L & \hat{\Pi}_{12} L \\ \hat{\Pi}_{21} L & I-\hat{\Pi}_{22} L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_t \\ P_t \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\varepsilon}_{1t} \\ \hat{\varepsilon}_{2t} \end{bmatrix}}_{\hat{\varepsilon}_t}$$

$$M\hat{V}C(\hat{\varepsilon}_t) = \begin{bmatrix} \hat{\Sigma}_{11} & \hat{\Sigma}_{12} \\ \hat{\Sigma}_{21} & \hat{\Sigma}_{22} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} Identificación:\ & \hat{\Sigma}_{\tilde{u}} = \hat{\Sigma}_{11};\ \hat{D}_0 = \hat{\Sigma}_{12}{}'(\hat{\Sigma}_{11})^{-1};\ \hat{\Sigma}_v = \hat{\Sigma}_{22} - \hat{\Sigma}_{12}{}'(\hat{\Sigma}_{11})^{-1}\hat{\Sigma}_{12} \\ & \hat{G} = \hat{\Pi}_{22} - \hat{\Sigma}_{12}{}'(\hat{\Sigma}_{11})^{-1}\hat{\Pi}_{12}; \\ & \hat{D}_1 = \hat{\Pi}_{21} - \hat{\Sigma}_{12}{}'(\hat{\Sigma}_{11})^{-1}\hat{\Pi}_{11};\hat{\tilde{C}}_1 = \hat{\Pi}_{12};\ \hat{\tilde{B}}_1 = \hat{\Pi}_{11}; \end{aligned}$$

En este trabajo se quiere mostrar que el tipo de los Fondos Federales (o la diferencia entre este tipo y el tipo de las operaciones de mercado abierto) es un indicador de la política de la Reserva Federal. Si así fuera, la respuesta dinámica de la economía a las innovaciones en la tasa de los fondos federales (o el “spread”) medirá la verdadera respuesta estructural a la política monetaria.

Además, se encuentra que el tipo de los fondos Federales domina tanto al dinero como a los tipos de interés sobre los bonos y la letras como predictor de las variables reales de la economía

The dynamic effects of aggregate demand and supply disturbances

O.J. Blanchard and D. Quah

American Economic Review, vol. 79, nº 4, 1989

Notas escritas por Jesús Ruiz (Dpto. de Economía Cuantitativa-UCM-)

Resumen: Los autores contrastan la hipótesis de que las fluctuaciones del PIB y del desempleo de USA se deben a dos tipos de perturbaciones: aquellas perturbaciones que tienen un efecto permanente sobre el output y aquéllas que tienen sólo un efecto transitorio. Las primeras perturbaciones son interpretadas como perturbaciones cuyo origen es de oferta, y las otras son interpretadas como aquéllas cuyo origen es de demanda. Por tanto, si descomponemos la serie del PIB en el componente permanente y en el componente transitorio, podríamos interpretar esta descomposición como si, al eliminar el componente permanente del PIB, obtuviéramos el componente transitorio o CÍCLICO del PIB. Por tanto, este trabajo puede verse como una forma de descomposición en tendencia y ciclo del PIB, utilizando la metodología VAR y basándose en la información contenida en las series temporales macroeconómicas correlacionadas con el PIB.

Motivación: Si el PIB estuviera afectado por más de un tipo de perturbaciones, el estudio de estas perturbaciones a partir de un modelo univariante sería imposible a menos que se impusieran restricciones a priori sobre la respuesta del output a cada perturbación. Por tanto, en este trabajo se explota la información contenida en otras variables macroeconómicas además del PIB: considera el comportamiento del PIB y del desempleo.

En el trabajo se postula que el origen de las fluctuaciones está en las perturbaciones que tienen un efecto permanente sobre el PIB y aquéllas que tienen un efecto transitorio sobre el PIB, si bien ambos tipos de perturbaciones están incorrelacionadas entre sí y ninguna de ellas tienen efectos permanentes sobre el desempleo.

Estos supuestos dados acerca de los efectos de las perturbaciones son SUFICIENTES para identificarlas.

Modelo empírico:
Sea ∇y_t la primera diferencia del logaritmo del PIB, u_t la tasa de paro, $e_{d,t}$ la perturbación de demanda y $e_{s,t}$ la perturbación de oferta, todas en el instante t. En términos vectoriales denotemos X_t y e_t como

$$X_t = \begin{bmatrix} \nabla y_t \\ u_t \end{bmatrix}, \ e_t = \begin{bmatrix} e_{d,t} \\ e_{s,t} \end{bmatrix}.$$

Dado los supuestos definidos anteriormente (las perturbaciones de demanda sólo tienen efectos transitorios sobre el PIB y sobre la tasa de paro, y las perturbaciones de ofertas tienen efectos permanentes sólo sobre el PIB), podemos definir el **Modelo Estructural** como sigue:

$$X_t = A(0)\ e_t + A(1)\ e_{t-1} + \ldots = \sum_{j=0}^{\infty} A(j)\ e_{t-j}\ , \qquad (1)$$

$$\mathrm{E}(e_t e_t^{'}) = \mathrm{Var}(e_t) = I\ ,\ \forall t,$$

$$\sum_{j=0}^{\infty} a_{11,j} = 0\,, \text{donde } A(j) = \begin{bmatrix} a_{11,j} & a_{12,j} \\ a_{21,j} & a_{22,j} \end{bmatrix}, \qquad (2)$$

esta última expresión establece que una perturbación de demanda no tiene efectos sobre y_t.

De forma menos compacta:

$$\nabla y_t = a_{11,0}\ e_{d,t} + a_{12,0}\ e_{s,t} + a_{11,1}\ e_{d,t-1} + a_{12,1}\ e_{s,t-1} + \ldots$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty} a_{11,j}\ e_{d,t-j} + \sum_{j=0}^{\infty} a_{12,j}\ e_{s,t-j}\ ,$$

$$u_t = \sum_{j=0}^{\infty} a_{21,j}\ e_{d,t-j} + \sum_{j=0}^{\infty} a_{22,j}\ e_{s,t-j}\ .$$

Ahora el objetivo es estimar las matrices $A(j),\ \forall j \geq 0$. Sin embargo, (1) no es directamente estimable como un VAR dado que éste se caracteriza porque $A(0)$ debe ser la matriz identidad y porque la matriz de varianzas y covarianzas estimada no coincidirá con la identidad tal y como se ha postulado. Por tanto, esto requiere utilizar la metodología VAR para identificar estas matrices $A(j)$.

Identificación:

1) Estimar un modelo VAR en forma reducida para X_t:

$$D(L)\ X_t = \upsilon_t \ , \mathrm{E}(\upsilon_t \upsilon_t^{'}) = \Omega \ ,$$

$$\text{donde } D(L) = I + D(1)L + D(2)L^2 + ... + D(p)L^p \ .$$

Si el proceso es estacionario entonces $D(L)$ es invertible, es decir,

$$X_t = [D(L)]^{-1}\upsilon_t \ ,$$

donde $[D(L)]^{-1} = I + C(1)L + C(2)l^2 + ...$ Por tanto, el modelo en forma reducida es:

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} C(j)\upsilon_{t-j} \ , C(0) = I \ . \tag{3}$$

Por tanto, las matrices $C(j)$ pueden estimarse, así como la matriz Ω.

2) Identificación de las matrices $A(j)$, $j \geq 0$. Comparando las expresiones (1) y (3) tenemos:

$$\upsilon_t = A(0)\, e_t \tag{4}$$

$$A(j)\, e_{t-j} = C(j)\, \upsilon_{t-j} = C(j)\, A(0)\, e_{t-j} \Rightarrow A(j) = C(j)\, A(0)$$

Es decir, basta con identificar los cuatro elementos de la matriz $A(0)$, para tener identificados el resto de las matrices $A(j)$. Para ello vamos a utilizar la información que nos da la estimación de la matriz de varianzas y covarianzas de υ_t así como del supuesto de que las perturbaciones de demanda no tienen efecto a largo plazo sobre el PIB:

Dadas las expresiones (1) y (3), tenemos que $\mathrm{Var}(\upsilon_t) = A(0)\,\mathrm{Var}(e_t)\, A(0)'$, lo cual implica que

$$\Omega = A(0)\, A(0)' \Leftrightarrow \tag{5}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12}\,(6) \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11,0}^2 + a_{12,0}^2 & a_{11,0}a_{21,0} + a_{12,0}a_{22,0}\,(7) \\ a_{11,0}a_{21,0} + a_{12,0}a_{22,0} & a_{21,0}^2 + a_{22,0}^2 \end{bmatrix}.$$

La expresión (5) equivale a un sistema de tres ecuaciones con cuatro incógnitas ($a_{11,0}$, $a_{12,0}$, $a_{21,0}$, $a_{22,0}$). Para tener un sistema identificado es necesaria una ecuación más. Esta ecuación surge de la condición en la que se establece que las perturbaciones de demanda no tienen efectos a largo plazo sobre y_t:

$$\sum_{j=0}^{\infty} a_{11,j} = 0 \Leftrightarrow a_{11,0} \sum_{j=0}^{\infty} c_{11,j} + a_{21,0} \sum_{j=0}^{\infty} c_{12,j} = 0 \,. \tag{8}$$

El sistema de ecuaciones dado por las expresiones (5) y (8) determinan las estimaciones de los elementos de la matriz $A(0)$. Una vez identificada esta matriz, utilizamos (4) para identificar las matrices $A(j)$, $j \geq 1$.

Los resultados empíricos obtenidos se basan en los dos usos principales de la Metodología VAR:

i) **funciones de respuesta a un impulso**;
ii) **descomposición de la varianza del error de predicción**.

i) Una vez que se han estimado las matrices $A(j)$ que nos sirve para la representación de medias móviles del modelo estructural (expresión (1)), un shock unitario en e_i, con $i = d, s$, en el instante $t - q$ tendrá un efecto sobre ∇y_t y u_t igual a $a_{1k,q}$ y $a_{2k,q}$ respectivamente, con $k = 1$, si $i = d$, o $k = 2$, si $i = s$. Los efectos sobre y_t son iguales a $\sum_{j=0}^{q} a_{1k,j}$, con $k = 1$, si $i = d$, o $k = 2$, si $i = s$.

Los resultados obtenidos se resumen en:

a) Las perturbaciones de demanda tienen un efecto sobre el PIB y el desempleo en forma de ”joroba”, con un pico que se produce al cabo de un año y desaparece después de dos a tres años.

b) Los efectos de la perturbación de demanda sobre el PIB y el desempleo son simétricos (”efectos espejo”).

c) El efecto de las perturbaciones de oferta sobre el PIB se incrementa constantemente a lo largo del tiempo, alcanzando un pico después de dos años, estabilizándose después de cinco años.

d) Perturbaciones positivas de oferta pueden incrementar inicialmente el desempleo; este efecto irá seguido de una disminución en el desempleo que irá desapareciendo con el tiempo.

e) Una vez identificado el PIB únicamente explicado por shocks de demanda (simulando el modelo (1) a través de la estimación e identificación de los valores de la matriz $A(0)$, y haciendo $e_{d,t} = \hat{e}_{d,t}$ y $e_{s,t} = 0$, $t = 1, 2, ..., T$, con ”^” denotando valores estimados y T denotando el tamaño muestral, donde, utilizando (4): $\hat{e}_{d,t} = \frac{\hat{a}_{22,0}\,\hat{v}_{1,t} - \hat{a}_{12,0}\,\hat{\upsilon}_{2,t}}{\hat{a}_{11,0}\hat{a}_{21,0} - \hat{a}_{12,0}\hat{a}_{22,0}} \rightarrow$ esta serie temporal tiene los picos y los valles coincidentes con la mayoría de los picos y los valles dados por el NBER.

ii) Descomposición de la varianza del error de predicción: se trata de descomponer dicha varianza en unos componentes que aíslen el porcentaje de variabilidad de $X_{i,t}$, donde $X_{1,t} \equiv \nabla y_t$ y $X_{2,t} \equiv u_t$, explicado por e_j , $j = d, s$, para distintos horizontes predictivos.

Sea el problema de predecir el vector X_{t+k}, $k \geq 0$, al final del período $t-1$. A partir de (1),

$$X_{t+k} = A(0)\, e_{t+k} + A(1)\, e_{t+k-1} + ... + A(k)\, e_t + A(k+1)\, e_{t-1} + ... \qquad (9)$$

Tomando expectativas condicionales a la información en *t*-1 en la expresión (9), se tiene

$$\mathrm{E}_{t-1} X_{t+k} = A(k+1)\, e_{t-1} + A(k+2)\, e_{t-2} + ... \qquad (10)$$

De (9) y (10) se obtiene el error cometido al predecir *k* periodos hacia adelante el vector *X*:

$$X_{t+k} - \mathrm{E}_{t-1} X_{t+k} = \sum_{j=0}^{k} A(j)\, e_{t+k-j} \,. \qquad (11)$$

Este error de predicción tiene como varianza:

$$\mathrm{Var}\left(X_{t+k} - \mathrm{E}_{t-1} X_{t+k}\right) = \sum_{j=0}^{k} A(j) A(j)' \,. \qquad (12)$$

Definimos a continuación la siguiente matriz que nos será útil para calcular la descomposición de la varianza:

$$P_i^{(k)} = \sum_{j=0}^{k} A(j)\, R_i\, e_{t+k-s}\ , i = d, s\ ,$$

donde R_i es una matriz 2×2:

$$R_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ R_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Así,

$$P_d^{(k)} = \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{k} a_{11,j}\ e_{d,t+k-s} \\ \sum_{j=0}^{k} a_{21,j}\ e_{d,t+k-s} \end{bmatrix},\ \mathrm{Var}(P_d^{(k)}) = \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{k} a_{11,j}^2 \\ \sum_{j=0}^{k} a_{21,j}^2 \end{bmatrix},$$

$$P_s^{(k)} = \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{k} a_{12,j}\ e_{s,t+k-s} \\ \sum_{j=0}^{k} a_{22,j}\ e_{s,t+k-s} \end{bmatrix},\ \mathrm{Var}(P_s^{(k)}) = \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{k} a_{12,j}^2 \\ \sum_{j=0}^{k} a_{22,j}^2 \end{bmatrix}.$$

Dada esa definición,

$$X_{t+k} - \mathrm{E}_{t-1} X_{t+k} = \sum_{j=0}^{k} A(j)\, e_{t+k-j} = \sum_{i \in \{d,s\}} \sum_{j=0}^{k} A(j)\, R_i\, e_{t+k-j} = \sum_{i \in \{d,s\}} P_i^{(k)}.$$

Por tanto,

$$\mathrm{Var}\left[\sum_{j=0}^{k} A(j)\, e_{t+k-j}\right] = \mathrm{Var}\left[\sum_{i\in\{d,s\}} P_i^{(k)}\right] = \mathrm{Var}\,(P_d^{(k)}) + \mathrm{Var}\,(P_s^{(k)}) \equiv P^{(k)},$$

donde se ha tenido en cuenta que $P_d^{(k)}$ es independiente de $P_s^{(k)}$. Así pues, se tiene que

$$P^{(k)} = \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{k} a_{11,j}^2 + \sum_{j=0}^{k} a_{12,j}^2 \\ \sum_{j=0}^{k} a_{21,j}^2 + \sum_{j=0}^{k} a_{22,j}^2 \end{bmatrix}.$$

En conclusión, ahora podemos decir que el poder explicativo de la perturbación de demanda sobre el error de predicción de la tasa de crecimiento del PIB a horizonte *k* es:

$$\frac{\sum_{j=0}^{k} a_{11,j}^2}{\sum_{j=0}^{k} a_{11,j}^2 + \sum_{j=0}^{k} a_{12,j}^2} \times 100,$$

y que el porcentaje restante establece el poder explicativo de la perturbación de oferta sobre el error de predicción de la tasa de crecimiento del PIB.

El poder explicativo de la perturbación de demanda sobre el error de predicción de la tasa de paro a horizonte k es:

$$\frac{\sum_{j=0}^{k} a_{21,j}^{2}}{\sum_{j=0}^{k} a_{21,j}^{2} + \sum_{j=0}^{k} a_{22,j}^{2}} \times 100,$$

y que el porcentaje restante establece el poder explicativo de la perturbación de oferta sobre el error de predicción de la tasa de paro.

El principal resultado del trabajo es que la descomposición de la varianza del error de predicción del PIB a varios horizontes de predicción no está estimada de forma muy precisa si bien cabe destacar la importancia de las perturbaciones de demanda en el corto plazo sobre el PIB y para cualquier horizonte sobre la tasa de paro.

Modelo teórico (keynesiano)

Sean las siguientes ecuaciones que describen una economía cerrada con precios finales flexibles y salarios nominales rígidos:

$$y_t = m_t - p_t + a\,\theta_t \quad \text{(demanda agregada)} \qquad (13)$$

$$y_t = n_t + \theta_t \quad \text{(función de producción)} \qquad (14)$$

$$p_t = w_t - \theta_t \quad \text{(demanda de empleo)} \qquad (15)$$

$$w_t = w \,|\, \{\mathrm{E}_{t-1} n_t = \overline{n}\} \quad \text{(fijación de salarios)} \qquad (16)$$

$$m_t = m_{t-1} + e_{d,t} \quad \text{(cantidad de dinero)} \qquad (17)$$

$$\theta_t = \theta_{t-1} + e_{s,t} \quad \text{(productividad)} \qquad (18)$$

donde $y, n, p, \theta, w, m, \overline{n}, e_d, e_s$ denotan el logaritmo del PIB, del empleo, de los precios, de la productividad, del salario nominal, del los saldos nominales y del nivel de pleno empleo, y las perturbaciones de oferta y demanda respectivamente.

Sea $u_t = \overline{n} - n_t$ la tasa de paro en logaritmos.
De las expresiones (13), (14) y (15) se tiene,
$$n_t = m_t - a\,\theta_t - w_t. \tag{19}$$

Tomando expectativas en (19): $\mathrm{E}_{t-1}n_t = \mathrm{E}_{t-1}m_t - a\,\mathrm{E}_{t-1}\theta_t - \mathrm{E}_{t-1}w_t$, es decir, $\overline{n} = m_{t-1} - a\,\theta_{t-1} - w_t$, lo cual implica:
$$w_t = m_{t-1} - a\theta_{t-1} - \overline{n}. \tag{20}$$

De (19) y (20): $n_t = m_t - a\ \theta_t - m_{t-1} + a\ \theta_{t-1} + \overline{n}$, es decir,
$$u_t = -e_{d,t} + a\,e_{s,t}. \tag{21}$$

tomando diferencias en (14):

$\nabla y_t = \nabla n_t + \nabla\theta_t = \nabla e_{d,t} - a\,\nabla e_{s,t} + e_{s,t}$, es decir,

$$\nabla y_t = e_{d,t} - e_{d,t-1} - (a-1)e_{s,t} + a\,e_{s,t-1}. \tag{22}$$

Poniendo matricialmente las expresiones (21) y (22):

$$\begin{bmatrix} \nabla y_t \\ u_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1-a \\ -1 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{d,t} \\ e_{s,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & a \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{d,t-1} \\ e_{s,t-1} \end{bmatrix}.$$

Como ejercicio para el lector: Si la experesión (16) fuera:

$$w_t = w \mid \left\{ \mathrm{E}_{t-1} n_t = \alpha n_{t-1} + (1-\alpha)\mathrm{E}_{t-1} \overline{n}_{t-1} \right\},$$

donde $\overline{n}_t = \overline{n}_{t-1} + \varphi_2 \, e_{s,t} \; , \left|\varphi_2\right| < 1,$

¿cómo cambia el modelo teórico?